



VESTIBULAR 2014

GABARITOS E COMENTÁRIOS

GRUPO 3 (2º DIA – 14/10/2013)

PROVAS:

- **FÍSICA E QUÍMICA (OBJETIVAS)**
- **GEOGRAFIA, HISTÓRIA E MATEMÁTICA (DISCURSIVAS)**

1) Resposta: (A) 1,7

- (A) 1,7 m/s. Resposta correta. O movimento é gerado pela componente horizontal da força, que é $F \cos 30^\circ = 10 \sqrt{3}/2 = 5\sqrt{3}$ N. A aceleração é $a = F/m = 0,5\sqrt{3}$ m/s². Após 2,0 s a velocidade é $v = at = \sqrt{3}$ m/s = 1,7 m/s.
- (B) 1,0m/s. Resposta incorreta. O candidato pode ter tomado o seno ao invés do cosseno na projeção da força horizontal.
- (C) 2,0m/s. Resposta incorreta. O candidato não tomou a projeção horizontal da força para o cálculo da aceleração.
- (D) 0,86 m/s. Resposta incorreta. O candidato errou a conta por um fator 2.
- (E) 3,4 m/s. Resposta incorreta. O candidato não fez as simplificações corretas.

2) Resposta: (E) A imagem formada é real, invertida e menor que o objeto.

- (A) Resposta incorreta. Imagens virtuais para espelhos côncavos ocorrem se o objeto se encontra entre o foco e o espelho.
- (B) Resposta incorreta. Imagens virtuais para espelhos côncavos ocorrem se o objeto se encontra entre o foco e o espelho.
- (C) Resposta incorreta. Apesar de real e invertida, a imagem formada é menor que o objeto.
- (D) Resposta incorreta. Apesar de real, a imagem está entre o foco e o centro.
- (E) Resposta correta. Como o objeto está depois do centro, a imagem formada é real, invertida, menor que o objeto.

3) Resposta: (A) Somente I.

- (A) Resposta correta. A força gravitacional é diretamente proporcional à massa do corpo que a sofre.
- (B) Resposta incorreta. A afirmação II é incorreta porque a aceleração da gravidade é a mesma para os dois corpos, portanto eles chegam juntos ao solo, independente de sua massa.
- (C) Resposta incorreta. A afirmação II é incorreta. A afirmação III é incorreta também pois o tempo de queda está relacionado à aceleração da gravidade por $h = \frac{1}{2}gt^2$. Tem-se, portanto, para mesmo h, que $t \propto \sqrt{g^{-1}}$ - a relação não é linear.
- (D) Resposta incorreta. A afirmação III é incorreta.
- (E) Resposta incorreta. A afirmação III é incorreta.

4) Resposta: (E) 4,0

- (A) 8,0. Resposta incorreta. O candidato pode haver deixado de simplificar a massa em um dos termos.
- (B) $2\sqrt{2}$. Resposta incorreta. O candidato pode haver errado o fator 2 dentro da raiz.
- (C) 16. Resposta incorreta. O candidato pode haver esquecido de tirar a raiz quadrada.
- (D) 2,0. Resposta incorreta. O candidato pode haver deixado de simplificar a massa em um dos termos.
- (E) 4,0. Resposta correta. Pela conservação de energia mecânica, a energia potencial gravitacional é convertida em energia cinética: $mgL = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gL} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8} = 4,0$ m/s

5) Resposta: (B) 0,12

- (A) 0,50. Resposta incorreta. O candidato somou todas as resistências em série.
- (B) 0,12. Resposta correta. A resistência equivalente do circuito se encontra primeiro somando em série as duas resistências mais à direita ($R' = 2R$), em seguida somando em paralelo R' com a resistência R em diagonal, dando $R'' = (2/3)R$ e finalmente somando R'' em série com a última resistência R, dando $R_{eq} = 5/3 R = 50/3 \Omega$. A corrente é, portanto, $i = \varepsilon/R_{eq} = 2,0/(50/3) = 6/50 = 0,12$ A.
- (C) 0,20. Resposta incorreta. O candidato apenas dividiu ε por R.
- (D) 1,2. Resposta incorreta. O candidato fez a divisão errada.
- (E) 8,3. Resposta incorreta. O candidato fez $i = R_{eq}/\varepsilon$ e não o inverso.

6) Resposta: (C) 9,6

- (A) $9,6 \times 10^3$. Resposta incorreta. O candidato não converteu 10 cm a 0,1 m.
- (B) 10. Resposta incorreta. O candidato assumiu que a tensão era igual ao empuxo.

(C) 9,6. Resposta correta. O isopor sofre um empuxo vertical para cima dado por $E = \rho_{\text{agua}} V g$, onde V é seu volume. Por outro lado, seu peso e a tensão são forças que atuam para baixo. Estando em equilíbrio, tem-se então $E = P + T \rightarrow T = E - P = \rho_{\text{agua}} V g - \rho_{\text{isopor}} V g = [(1 - 0,04) \times 10^3 \text{ kg/m}^3] \cdot (0,1\text{m})^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \rightarrow T = 9,6 \text{ N}$

(D) 0,04. Resposta incorreta. O candidato assumiu que a tensão era igual ao peso do isopor.

(E) 1,04. Resposta incorreta. O candidato assumiu que a tensão era a soma do peso com o empuxo.

7) Resposta: (B) $5,0 \times 10^4$

(A) Resposta incorreta. O candidato errou a pressão fazendo $P = F/A^2$.

(B) Resposta correta. A pressão é dada por $P=F/A$, o que nos dá $F = PA = 5,0 \times 10^4 \text{ N}$.

(C) Resposta incorreta. O candidato calculou apenas a pressão na placa.

(D) Resposta incorreta. O candidato errou a pressão fazendo $P = FA$.

(E) Resposta incorreta. O candidato errou a pressão fazendo $P = F/A^2 g$.

8) Resposta: (C) 0,5

(A) 1,0. Resposta incorreta. O candidato assume que a velocidade é a metade da do garoto.

(B) 2,0. Resposta incorreta. O candidato assume que a velocidade é igual à do garoto.

(C) 0,5. Resposta correta. Por conservação de momento linear, tem-se $mv + MV = 0$

sendo m, v a massa e velocidade do garoto e M, V massa e velocidade da plataforma. Portanto, $V = -mv/M =$

$-30 \cdot 2,0/120 = -0,5 \text{ m/s}$ (o sinal aqui indica que a plataforma se move no sentido contrário ao do garoto)

(D) 8,0. Resposta incorreta. O candidato faz uma regra de três incorreta e conclui que a velocidade é 4 vezes maior que a do garoto

(E) 4,0. Resposta incorreta. O candidato assume que a velocidade é o dobro da do garoto.

9) Resposta: (D) 150

(A) 75. Resposta incorreta. O candidato considera que a temperatura cai como a pressão, a um quarto do valor inicial.

(B) 600. Resposta incorreta. O candidato erra as contas, encontra que a temperatura dobra ao invés de cair à metade.

(C) 300. Resposta incorreta. O candidato considera que a temperatura não muda neste processo.

(D) 150. Resposta correta. Pela equação dos gases ideais, $PV = nRT$, sendo n e R constantes neste caso. Assim vale que $P_i V_i / T_i = P_f V_f / T_f = (P_i/4)(2V_i)/T_f$ e portanto $T_f = T_i/2 = 150\text{K}$.

(E) 120. Resposta incorreta. O candidato considera que a temperatura cai por um fator 0,4.

10) Resposta: (E) 10^5

(A) 10^{-26} . Resposta incorreta. O candidato dividiu $500 \cdot 10^{-9}$ por 10^{20} .

(B) 10^{14} . Resposta incorreta. O candidato não considerou o 10^{-9} do nanômetro.

(C) 10^{-17} . Resposta incorreta. O candidato dividiu 500 por 10^{20} .

(D) 10^2 . Resposta incorreta. O candidato pode haver confundido nanômetros com micrometros.

(E) 10^5 . Resposta correta. Comprimento de onda e frequência estão relacionadas por $\lambda \cdot f = c$, sendo $c=3 \times 10^8$ a velocidade da luz no vácuo.

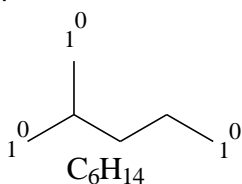
Portanto para os raios gama, $\lambda \sim 3 \times 10^8 / 10^{20} = 3 \times 10^{-12} \rightarrow \lambda_{\text{vis}} / \lambda_{\text{gama}} = 500 \times 10^{-9} / (3 \times 10^{-12}) \sim 10^5$.

11) Resposta: (B) I e IV são isômeros espaciais.

- a) INCORRETO, pois I e IV são isômeros ópticos que guardam uma relação de imagem especular (imagem espelhada) que não se sobrepõe. As imagens de substâncias iguais se sobrepõem completamente.
- b) CORRETO, I e IV são isômeros espaciais, pois guardam uma relação de imagem especular não sobreponível (diferem somente no arranjo espacial). Também podem ser chamados de isômeros ópticos.
- c) INCORRETO, não são substâncias iguais, pois a substância III apresenta um grupo CH_3 a menos.
- d) INCORRETO, não são isômeros, pois a substância III apresenta um grupo CH_3 a menos, portanto possuem fórmulas moleculares diferentes.
- e) INCORRETO, não são isômeros, pois as substâncias II e IV são completamente diferentes.

12) Resposta: (E) II e IV

- a) INCORRETO, porque a cadeia carbônica do 2-metilpentano é ramificada, isto é, possui um átomo de carbono terciário.
- b) INCORRETO, porque 2-metilpentano é um hidrocarboneto saturado. Como tal, só apresenta ligações simples.
- c) INCORRETO, porque a cadeia carbônica do 2-metilpentano é ramificada, isto é, possui um átomo de carbono terciário.
- d) INCORRETO, porque 2-metilpentano é um hidrocarboneto saturado. Como tal, só apresenta ligações simples.
- e) CORRETO, porque o 2-metilpentano possui fórmula molecular C_6H_{14} e três átomos de carbono primários.



13) Resposta: (D) ácido carboxílico e amina.

- a) INCORRETO, pois não há função amida na histidina, nem na histamina.
- b) INCORRETO, pois não há função aldeído na histidina, nem na histamina.
- c) INCORRETO, pois não há função aldeído na histidina, nem função amida na histamina.
- d) CORRETO, na estrutura da histidina está presente a função o ácido carboxílico e na estrutura da histamina está presente a função amina.
- e) INCORRETO, pois não há amida em nenhuma das duas estruturas.

14) Resposta: (B) A massa de CaCO_3 que se decompôs foi 200 g.

- a) INCORRETO, a reação é endotérmica, pois $\Delta H > 0$.
- b) CORRETO, pois o consumo de 266 kJ implica na decomposição de 2 mol de CaCO_3 , ou seja 200 g.
- c) INCORRETO, a decomposição de 2 mol de CaCO_3 produz 2 mol de CO_2 o que ocuparia um volume de $2 \times 22,4$ L, ou seja, 44,8L, a 1 atm e 0°C .
- d) INCORRETO, numa reação química sempre há variação de energia.
- e) INCORRETO, a massa produzida seria iguala 88 g já que se formam 2 mol de CO_2 .

15) Resposta: (B) doação do par de elétrons não ligantes a se combinar.

- a) INCORRETO, a liberação de íons H^+ definiria o NH_3 como ácido de Arrhenius.
- b) CORRETO.
- c) INCORRETO, o NH_3 não recebe íons F^- e sim doa par de elétrons para o BF_3 .
- d) INCORRETO, o NH_3 não reage com o gás O_2 .
- e) INCORRETO, o NH_3 não libera H^+ em água, formando NH_2^- .

16) Resposta: (D) II – Z, III – Y e IV – X

Bromo está localizado no grupo 17 ou 7A. Configuração no último nível: s^2p^5 .
Estanho está localizado no grupo 14 ou 4A. Configuração no último nível: s^2p^2 .
Polônio está localizado no grupo 16 ou 6A. Configuração no último nível: s^2p^4 .
Rádio está localizado no grupo 2 ou 2A. Configuração no último nível: s^2 .
Opção correta: d) II – Z, III – Y e IV – X

17) Resposta: (B) 62

$M(\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2 \cdot \text{H}_2\text{O}) = 252 \text{ g/mol}$

90% de 280 kg = 252 kg

Em 252 g de $\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ há 62 g de P

Em 252 kg de $\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ há 62 kg de P

18) Resposta: (A) 0,05

Na^+ e Cl^- são íons espectadores; ou seja, entram e saem sem sofrer qualquer alteração; assim, o nº mmols de Cl^- antes e depois da reação é o mesmo e igual a:

$50 \text{ mL} \times 0,1 \text{ mmol/mL} = 5 \text{ mmol}$

O volume final, após a reação, considerando a condição de não ter havido contração ou expansão de volume como resultado dessa reação = $50 \text{ mL} + 50 \text{ mL} = 100 \text{ mL}$

Concentração de Cl^- em quantidade de matéria:

$[\text{Cl}^-] = 5 \text{ mmol}/100 \text{ mL} = 0,05 \text{ mmol/mL}$ ou $0,05 \text{ mol/L}$

19) Resposta: (B) 10^{-2}

Sendo $\text{pH} = 12$, a $[\text{H}^+] = 10^{-12} \text{ mol L}^{-1}$

Sendo $K_w = [\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14}$

Conclui-se que $[\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$

20) Resposta: (C) 16,014

Cálculo da massa atômica:

$(99 \% \text{ de } 16) + (0,60\% \text{ de } 17) + (0,40\% \text{ de } 18) = 15,84 + 0,102 + 0,072 = 16,014$

VESTIBULAR PUC-RIO 2014 – GABARITO – GEOGRAFIA – DISCURSIVA

QUESTÃO 1

a) A Pegada Ecológica é uma contabilidade ambiental que avalia a pressão do consumo das populações humanas sobre os recursos naturais para a sustentação da vida das gerações que vivem no planeta Terra. Tal medida também considera todos os recursos materiais e energéticos usufruídos pela população planetária e pode ser expressa em hectares globais (gha), permitindo a comparação de diferentes padrões de consumo para que se verifique a capacidade ecológica do planeta. Sendo assim, a Pegada Ecológica contabiliza os recursos naturais biológicos renováveis (grãos e vegetais, carne, peixes, madeira e fibras, energia renovável etc.), segmentados na Agricultura, Pastagens, Florestas, Pesca, Área Construída e Energia e Absorção de Dióxido de Carbono (CO₂).

b) A biocapacidade representa a capacidade de os ecossistemas produzirem recursos úteis e absorverem os resíduos gerados pelo ser humano. Nesse sentido, o Brasil tem uma grande importância na geopolítica global, pois, assim como Rússia (esta em menor grau) possui uma biocapacidade muito superior à sua pegada ecológica, indicando o potencial de reservas da natureza e o potencial de absorção de recursos que o país possui. Isso pode significar a ampliação da sua força nas decisões internacionais sobre o uso e preservação de recursos diversos.

QUESTÃO 2

a) Com uma população de 87% de crianças e idosos em 1960 e sua provável queda para 46% em 2020, o Brasil terá muito mais condições de crescimento econômico daqui a sete anos do que teve há 53 anos (1960), pois 54% de população brasileira estarão em idade ativa (PIA) contra 13% em 1960; ou seja, em 2020, o Brasil terá 'bônus demográfico', ampliando as suas chances de geração de riqueza através do trabalho formal.

b) Com as quedas abruptas na fertilidade das mulheres brasileiras desde 1960, o percentual de crianças (de 0 a 14 anos) no país vem caindo, significativamente, e continuará caindo até chegar aos pretensos 28% da população total em 2060; já a curva de idosos vem tendo um comportamento de mudança menos drástica desde 1960, sendo que entre 2000 e 2020 há (haverá) um incremento mais acelerado na expectativa de vida da população, chegando essa população a 13% do seu total em 2020 (mais do dobro da população brasileira de 1960 – 6%) e a possíveis 31% em 2060. Frente a esse comportamento demográfico, as crianças das últimas quatro décadas do século XX são os jovens/adultos de hoje e serão os idosos de 2020 em diante, e assim sendo, é vital que os adultos/jovens de hoje tenham mais empregos, possibilidades de qualificação profissional, formação universitária e técnica e, no futuro, quando sejam idosos, tenham mais seguridade, hospitais, centros de recolhimento e ajuda à terceira idade pelo Estado.

QUESTÃO 3

a) Dentre as **condições estruturais** dos países ranqueados do cartograma (todos são países centrais ou de grande crescimento econômico nos últimos 40 anos, como Cingapura e Hong Kong), devem ser destacadas:

1) **Estabilidade econômica:** essa estabilidade por si só indica que o crescimento econômico nesses países foi direcionado para a melhoria das condições de vida da população residente, o que cria um ambiente de confiança nas populações visitantes. Assim, a força e confiabilidade nas moedas nacionais (câmbio), os baixos índices de desemprego, o poder aquisitivo da população e o acesso ao crédito atuam diretamente sobre o setor.

2) **Infraestrutura moderna:** o setor do turismo está intimamente ligado à infraestrutura do lugar de chegada do fluxo de pessoas. A qualidade e confiabilidade nos setores de transporte de massa, de telecomunicações, na rede hoteleira, nos serviços diversos (restaurantes, casas de câmbio, empresas de turismo local, sistema médico-hospitalar e de segurança pública ...) influenciam diretamente sobre o desempenho do setor.

3) **Cultura de acolhimento:** A educação da população e o preparo para receber pessoas de diferentes culturas (capacidade de se falar um segundo e terceiro idioma, compreensão de diferenças culturais entre povos etc) têm influência direta sobre o setor.

4) **Estímulo político-institucional:** Legislações favoráveis que estimulem o setor, a partir de apoio setorial, autarquias voltadas ao turismo etc. Com o apoio do poder público, eventos de grande porte, como Copa do Mundo e Olimpíadas por exemplo, são facilmente atraídos ao país com grande apoio da população.

5) **Estabilidade política internacional:** A estabilidade da política externa (diplomacia entre países, proteção contra atentados terroristas, guerras etc) tem influência direta sobre câmbio e, principalmente, sobre o desejo dos turistas viajarem para esses lugares.

b) Das **condições sociais** dos países fora do *ranking*, grande parte deles periféricos e com crises institucionais, devem ser destacados:

1) **Pobreza e grandes desigualdades sociais:** a situação de escassez e a mendicância são aspectos que afastam os turistas, já que se estabelece um sentimento de culpa de quem chega para se divertir em um ambiente de carências básicas (fome, abandono, enfermidades diversas...), além da falta de beleza cênica, pois a pobreza explícita inibe o turismo clássico e incomoda quem busca diversão e relaxamento.

2) Baixa / nenhuma qualificação profissional para os serviços do turismo. A falta de mão de obra qualificada para o trabalho no setor mostra atraso institucional e social, já que os habitantes, mesmo sendo acessíveis e simpáticos aos turistas, não estão preparados para entenderem as suas demandas. A falta de escolaridade e desconhecimento de uma segunda língua (notadamente o inglês) torna o acesso dos turistas na vida cotidiana dos lugares um grande problema.

3) Violência explícita: a falta de controle oficial sobre gangues, grupos armados religiosos, étnicos, ideológicos, assim como a proliferação de culturas de violência contra minorias, o assédio e estupro, os assaltos banalizados...afastam os turistas de países e cidades com potencial para esse setor.

4) Baixa ou inexistência da cultura do acolhimento. Nesses países / regiões os turistas não são bem vindos, por questões culturais, políticas e históricas. Não há afinidade entre os desejos de quem vive no lugar e quem chega para se divertir, descansar ou conhecer. Há uma atmosfera xenofóbica em muitas regiões do mundo, pelos mais variados motivos, e isso se reflete, muitas vezes, em uma cultura oficial de pouca facilidade de obtenção de vistos e de acesso a políticas migratórias.

VESTIBULAR PUC-RIO 2014 – GABARITO – HISTÓRIA – DISCURSIVA

QUESTÃO 1

a)

O comparecimento massivo ao cortejo fúnebre de Vargas deve-se à comoção pelo impacto do suicídio do presidente e ao reconhecimento de benefícios auferidos durante os seus mandatos presidenciais. Os governos de Getúlio Vargas ficaram na memória de parcela da população como períodos de criação e extensão de direitos sociais aos trabalhadores (através da implantação da legislação trabalhista e previdenciária). Vargas ficou conhecido como “Pai dos pobres” e protetor dos trabalhadores. Além disso, o candidato poderá indicar eventos considerados bem sucedidos, como a participação brasileira na Segunda Guerra Mundial, através do envio de tropas, a criação da Petrobras.

b)

Dois eventos mobilizaram o ambiente político em 1954.

No início do ano, o presidente foi aconselhado pelo Ministro do Trabalho João Goulart, diante de tensões sociais provocadas pelo aumento da inflação e do custo de vida, a conceder aumento de 100% do salário mínimo. A despeito da forte reação, especialmente de militares que escreveram um Manifesto, e da demissão de Jango, Vargas concedeu, em maio, o aumento proposto. Apesar do sucesso popular da medida, houve forte reação do empresariado e dos meios políticos. Várias denúncias circulavam pelo país, entre elas a de que existiria um acordo entre Perón, Vargas e Goulart no sentido de implantar no país uma república sindicalista no Brasil. A oposição civil e militar passam a conspirar pela deposição do presidente.

O episódio desencadeador da crise final do governo Vargas ocorreu com o atentado fracassado contra a vida do jornalista Carlos Lacerda, em 5 de agosto. No “crime da rua Toneleros” morreu o major da aeronáutica Rubens Vaz. As investigações responsabilizaram Gregório Fortunato, principal guarda-costas do presidente Getúlio Vargas. O caso policial se transformou em crime político. Setores militares e políticos civis se juntam pelo impedimento do presidente. Após o ultimato do Manifesto dos Generais, Vargas se suicida, em 24 de agosto de 1954.

QUESTÃO 2

a)

Plantações: Brasil, Haiti e Sto Domingos, Jamaica e Barbados, Am Espanhola (Cuba, Porto Rico, Peru, Colombia, Venezuela), Am Norte (Sul)

Mineração: Brasil, Am Espanhola (Peru; Colombia)

b)

O candidato poderá citar, entre as consequências internas: a abolição, a independência, a fuga dos senhores de escravos para outras partes do caribe (Cuba e Porto Rico) ou do continente (EUA / Louisiana) , permanentes guerras civis e desorganização da economia açucareira.

Entre as consequências externas poderá falar: do progressivo fim do tráfico em outras estados-nação, declínio drástico da exportação do açúcar haitiano para o mercado mundial, temor nas demais áreas escravistas da América do “fantasma do Haiti”- novas insurreições de escravos bem sucedidas.

QUESTÃO 3

a)

A década de 1960 testemunhou um aumento expressivo, nos Estados Unidos, de novas universidades e expansões de faculdades existentes para absorver o crescente número de jovens na sociedade, cada vez mais provenientes de camadas mais populares. Os movimentos políticos de 1968 surgiram a partir de uma geração de jovens militantes nas universidades associado a um combativo movimento operário de base e o movimento

militante negro “Black Power”. Em 1968, poderá o candidato responder, houve uma “segunda onda” de feminismo, uma forte oposição à guerra do Vietnã e a defesa pelos direitos estudantis nas universidades e por mais liberdade individual na vida quotidiana.

b)

No Brasil, as reivindicações estudantis começaram em março e levaram a morte do estudante Edson Luís. A partir daí várias manifestações começaram a tomar as ruas, a mais importante delas foi a passeata dos cem mil. As manifestações, ocorridas em diversas cidades, pediam por mais respeito as liberdades civis.

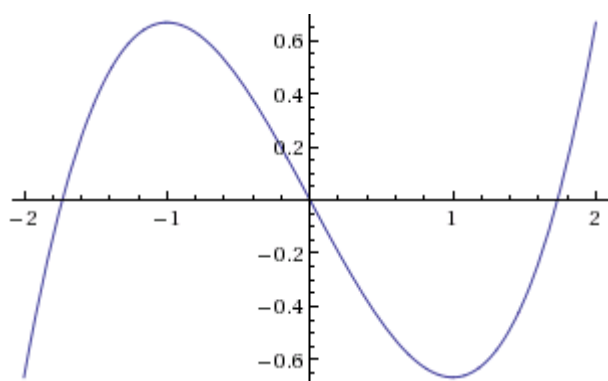
VESTIBULAR PUC-RIO 2014 – GABARITO – MATEMÁTICA – DISCURSIVA

QUESTÃO 1

a) O gráfico corta o eixo x nos pontos $(0,0)$, $(\sqrt{3}, 0)$ e $(-\sqrt{3}, 0)$, que obtemos fazendo $f(x) = 0$.

Temos que para $x < -\sqrt{3} \Rightarrow f(x) < 0$; $-\sqrt{3} < x < 0 \Rightarrow f(x) > 0$; $0 < x < \sqrt{3} \Rightarrow f(x) < 0$ e $x > \sqrt{3} \Rightarrow f(x) > 0$

Temos também os pontos: $(-1, \frac{2}{3})$ e $(1, -\frac{2}{3})$

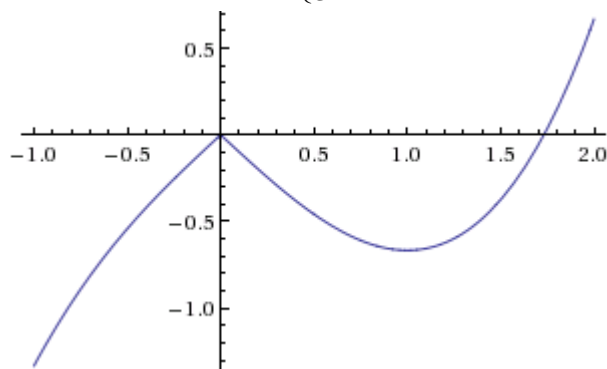


b) Temos o ponto $(1, -2/3)$ que nos dá a altura do eixo y que é $2/3$

Basta fazermos $c > \frac{2}{3}$.

c)

Temos que $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - |x| = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - x, & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1}{3}x^3 + x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$ Logo:



QUESTÃO 2

a) $N = 123 + 123 \times 10^3 + 123 \times 10^6 + 123 \times 10^9 + 123 \times 10^{12} + 123 \times 10^{15}$.

Assim dividindo N por 123 temos:

$$\frac{N}{123} = \frac{123 + 123 \times 10^3 + 123 \times 10^6 + 123 \times 10^9 + 123 \times 10^{12} + 123 \times 10^{15}}{123} = 1 + 10^3 + 10^6 + 10^9 + 10^{12} + 10^{15} = 1001001001001001.$$

b) O valor encontrado é: 715715.

Temos que um número de três dígitos é da forma: $d_2 d_1 d_0$ com d_0 e d_1 entre 0 e 9 e d_2 entre 1 e 9.

Logo: $(d_2 d_1 d_0) \times (1000 + 1) = d_2 d_1 d_0 000 + d_2 d_1 d_0 = d_2 d_1 d_0 d_2 d_1 d_0$.

c) O problema é equivalente ao seguinte problema de combinatória: Considere 16 caixas e = 7-1 bolas. Considere o seguinte diagrama,

V V V V V V V V V V V V V V V V:

Indicando as 16 caixas vazias.

Toda vez que uma bola entra numa caixa marcamos com um C (cheia).

Por exemplo, uma configuração é

V C C V V V C C C V V C C C C

Interpretação: A quantidade de C's limitado por V's, indica o número de biscoitos que cada cachorro (de 1 a 7) recebeu. O cachorro 1 e o cachorro 7 têm cercas somente à esquerda e à direita, respectivamente.

No exemplo de configuração acima, nós temos que

- i) o primeiro cachorro não ganhou biscoito
- ii) o segundo cachorro ganhou dois biscoitos
- iii) os cachorros 3 e 4 não ganharam biscoito
- iv) o cachorro 5 ganhou 4 biscoitos
- v) o cachorro 6 não ganhou biscoito
- e, por último
- vi) o cachorro 7 ganhou 4 biscoitos

Portanto, o número de maneiras de distribuir 10 biscoitos entre 7 cachorros é:

$$\left(\frac{16}{6}\right) = \left(\frac{16}{10}\right) = \text{nº de maneiras de escolher 6 objetos dentre 16}.$$

QUESTÃO 3

a) Temos que a distância entre os pontos entre A e B é: $d = \sqrt{(13-5)^2 + (6-12)^2} = 10$.

b) Essa reta deve ser paralela à reta que passa por A e B, e portanto, tem coeficiente angular $-3/4$. É suficiente agora determinar as coordenadas do ponto C.

Usando a fórmula da tangente da soma, é possível mostrar que a tangente do ângulo que o lado BC faz com a horizontal, o eixo x, é $4/3$. Calculando as coordenadas do ponto C obtemos (19, 14). E portanto, a reta que passa por B e C é:

$$y = -3/4(x-19) + 14.$$

c) O círculo inscrito está centrado no centro do quadrado e tem raio $AB/2 = 5$.

O centro do círculo encontra-se no ponto médio M do segmento AC, portanto:

$$M = \frac{1}{2}(12,5) + \frac{1}{2}(19,14) = (15, \frac{19}{2}).$$

$$\text{Assim a equação do círculo é: } (x-15)^2 + (y-\frac{19}{2})^2 \leq 25$$

QUESTÃO 4

a) Existem $\binom{5}{2} = 5!/(2!3!) = 10$ pares de vértices e portanto, existem um número igual de segmentos ligando cada par de pontos. Removendo o número de arestas, que é 5, nós obtemos exatamente 5 diagonais. O número de pontos de interseção é 5 nesse caso. Cada par de diagonais corresponde a uma escolha de 4 pontos no polígono e portanto o número de pontos de interseção é de $\binom{5}{4} = 5$. . O aluno também pode chegar a resposta por exaustão de todas as configurações possíveis.

b) A resposta aqui é $d = \binom{6}{2} - 6 = 15 - 6 = 9$ e o número de pontos $\binom{6}{4} = 15$.

c) Nos caso geral o número de diagonais é $\binom{N}{2} - N$ e o número de pontos de cruzamento é $\binom{N}{4}$