

2021

1º Semestre



Módulo Discursivo

BLOCO 4

- Matemática Aplicada

VESTIBULAR  **FGV**

UNIFICADO

22/11/2020

MATEMÁTICA APLICADA

- 1 Considere a equação $(x^2 - 26)^4 = 10000$.

Quantas e quais são as raízes reais dessa equação?

Basta fornecer a resposta. Não é necessário apresentar o desenvolvimento da solução.

- 2 Em uma Escola da FGV, em cada disciplina, os alunos recebem duas notas, de 0 (zero) a 10 (dez) cada uma, chamadas A1 e A2. Para ser aprovado, cada aluno tem que obter média aritmética no mínimo igual a 6,0 com as notas A1 e A2.

Na disciplina de Cálculo em uma Variável, as notas A1 e A2 correspondem cada uma delas à média ponderada de um Teste e de uma Prova com pesos, respectivamente, 3 e 7, isto é, a nota A1 é a média ponderada do Teste T1 com a Prova P1 e a nota A2 é a média ponderada do Teste T2 com a Prova P2.

Um aluno obteve as seguintes notas até o momento:

T1	7,0
P1	4,8
T2	5,0

Qual é a nota mínima que esse aluno tem que tirar na Prova P2 para ser aprovado?

Basta fornecer a resposta. Não é necessário apresentar o desenvolvimento da solução.

- 3 Um losango tem perímetro 2020 e uma de suas diagonais mede 808.

- Quanto mede a outra diagonal do losango?
- Qual a área desse losango?

Basta fornecer as respostas. Não é necessário apresentar o desenvolvimento das soluções.

- 4 Considere uma pirâmide quadrangular com vértice V , cuja altura mede 6 cm e cuja base é um quadrilátero convexo qualquer de 36 cm^2 de área.

Seja VA uma de suas arestas laterais e seja M um ponto sobre a aresta VA dividindo-a na razão $VM : MA = 1 : 2$.

Considere agora a pirâmide cujo vértice é o ponto M e cuja base é o polígono convexo formado pelos pontos médios das arestas da base da pirâmide quadrangular dada.

- Que tipo de quadrilátero convexo é a base dessa nova pirâmide?
- Quanto mede, em cm^2 , a área da base dessa nova pirâmide?
- Quanto mede, em cm, a altura dessa nova pirâmide?
- Quanto mede, em cm^3 , o volume dessa nova pirâmide?

Basta fornecer as respostas. Não é necessário apresentar o desenvolvimento das soluções.

5 A função f definida sobre os números inteiros positivos tem as seguintes propriedades:

1) $f(1) = 0$

2) $f(p) = 1$, se p é primo

3) $f(x \cdot y) = f(x) + f(y) - f(\text{mdc}(x, y))$, onde $\text{mdc}(x, y)$ é o máximo divisor comum entre x e y

a) Mostre que, se n é o produto de dois números primos distintos, então $f(n) = 2$.

b) Determine $f(2020)$.

6 Considere todos os 49 pontos do plano cartesiano cujas coordenadas são os números naturais de 0 a 6.

Seja $G(3, 3)$ o centro do quadrado de vértices $A(0, 0)$, $B(0, 6)$, $C(6, 6)$ e $D(6, 0)$.

b) Quantos são os eixos de simetria do quadrado $ABCD$?

Sorteia-se, aleatoriamente, entre os 48 pontos diferentes de G , um ponto H .

b) Qual a probabilidade de a reta definida pelos pontos G e H caracterizar um eixo de simetria do quadrado $ABCD$?

Basta fornecer as respostas. Não é necessário apresentar o desenvolvimento das soluções.

7 Em um parque de diversões, os frequentadores compram, na entrada, fichas de quatro tipos diferentes, que serão usadas para o acesso aos diversos aparelhos de diversão do parque. Os quatro tipos de ficha correspondem a quatro valores diferentes: 1\$, 2\$, 5\$ e 10\$.

Imagine que você comprou várias fichas de todos os valores, mas agora não lembra qual é o valor associado a cada tipo de ficha e não quer perguntar a ninguém. Então, você vê uma máquina que vende "algodão doce" por 1\$ cada um. A máquina só vende um "algodão doce" por vez e fornece troco (em fichas), quando necessário, para qualquer tipo de ficha que você coloque nela. É possível fazer várias compras em sequência.

a) Se você fizer uma compra na máquina inserindo uma ficha e a máquina fornecer uma única ficha como troco, que conclusões sobre os valores associados às fichas (a que você colocou e a que a máquina devolveu como troco) você pode tirar?

b) Se você fizer duas compras na máquina usando fichas diferentes e receber duas fichas iguais de troco em uma delas e não receber troco na outra, explique como é possível identificar o valor associado a cada um dos quatro tipos de ficha.

c) Suponha que você faça três compras na máquina usando fichas diferentes. Explique como você pode, a partir dos trocos obtidos nas três compras, identificar os valores associados a cada um dos quatro tipos de ficha.

8 Considere uma função f , definida no conjunto dos números reais, tal que $f(x) = \text{teto}(\text{abs}(x)) - \text{abs}(\text{teto}(x))$, onde $\text{abs}(x)$ representa o valor absoluto (ou módulo) do número real x e $\text{teto}(x)$ representa o menor número inteiro que é maior ou igual ao número real x .

a) Qual o valor de $f(2,5)$?

b) Qual o valor de $f(-2)$?

c) Mostre que se x é um número real negativo não inteiro, então $f(x) = 1$.

- 9 Em um triângulo ABC , um ponto D , pertencente ao lado AB , divide-o na razão $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$.

Sejam M o ponto médio do segmento CD e P a interseção da reta definida pelos pontos A e M com o lado BC .

- Sendo X a área do triângulo AMC , quanto medem, em função de X , as áreas dos triângulos AMD e DMB , respectivamente?
- Sabendo-se que a área do triângulo CMP mede 12, quanto mede a área do triângulo ABC ?

Basta fornecer as respostas. Não é necessário apresentar o desenvolvimento das soluções.

- 10 Maria dispõe de uma grande quantidade de caixas e de bolas. Em cada caixa, cabem 3 bolas.

As caixas são numeradas sequencialmente 1, 2, 3, 4, ... e colocadas em ordem crescente da esquerda para a direita.

Maria, então, executa um procedimento repetitivo em que, a cada repetição, coloca uma bola em alguma caixa, de acordo com as seguintes regras:

- Cada bola é colocada na primeira caixa, da esquerda para a direita, em que couber.
- Quando uma caixa está vazia e se coloca uma bola nela, todas as caixas à esquerda dela (se houver) são esvaziadas.

Por exemplo, a primeira bola a ser colocada na caixa 2, pela primeira vez, é a 4ª bola colocada por Maria.

- Qual a ordem da primeira bola que Maria coloca na caixa 3, pela primeira vez?
- E na caixa 4?
- Em que caixa será colocada, por Maria, a 2020ª bola?

Basta fornecer as respostas. Não é necessário apresentar o desenvolvimento das soluções.